MATEMATICA FINANZIARIA 1

PROVA SCRITTA DEL **18 APRILE 2007**

PROVA 1

ECONOMIA AZIENDALE / ECONOMIA

Cognome……..……. Nome ……Matricola……..

ESERCIZIO 1

a) **Un investitore acquista, in t=0, due Titoli con le seguenti caratteristiche:**

- **TCF: quotato alla pari, valore facciale C pari a Euro 25.000, Tasso Nominale annuo del 6%, Cedole quadrimestrali, scadenza a 16 mesi;**
- **TCN: Valore facciale pari a Euro 3.450, scadenza a 2 anni.**

Calcolare, in t=1 bimestre, la duration del portafoglio composto da 5 quote del TCF e da 10 quote del TCN, utilizzando il TIR del TCF.

SVOLGIMENTO

Per ottenere la duration del portafoglio, occorre ricavare le Duration dei due titoli.

Il tasso di valutazione è pari al TIR del TCF. Essendo tale titolo quotato alla pari, il TIR del TCF è pari al tasso cedolare. Quindi, dato che il titolo paga cedole quadrimestrali, il numero di pagamenti in un anno è pari a 3 e si ottiene:

TIR = Tasso Nominale Annuo / 3 = 6% / 3 = **2%** quadrimestrale

Si ricava una cedola uguale al 2% * 25.000 = 500 Euro.

Ponendo t = 1 bimestre = **0,5** quadrimestri e m = **4** , abbiamo che

$$D(0{,}5;TCF) = \frac{\sum_{k=1}^{m}(t_k - 0{,}5)\cdot I \cdot v^{(t_k-0{,}5)} + (t_m - 0{,}5)\cdot C \cdot v^{(t_m-0{,}5)}}{\sum_{k=1}^{m} I \cdot v^{(t_k-0{,}5)} + C \cdot v^{(t_m-0{,}5)}} = \frac{85.438{,}86}{25.248{,}76} = 3{,}3839 \text{ quadrimestri}$$

Il TCN sarà caratterizzato da m=2 anni = **6** quadrimestri e quindi :

$$\text{Prezzo}(0{,}5;TCN) = 3.450 * (1+0{,}02)^{-(6-0{,}5)} = 3.093{,}98$$

e

$$D(0{,}5;TCN) = 6 - 0{,}5 = 5{,}5 \text{ quadrimestri}$$

Ora possiamo calcolare la Duration del Portafoglio:

$$D(0{,}5;Z) = \frac{\alpha \cdot P(0{,}5;TCF) \cdot D(0{,}5;TCF) + \beta \cdot P(0{,}5;TCN) \cdot D(0{,}5;TCN)}{\alpha \cdot P(0{,}5;TCF) + \beta \cdot P(0{,}5;TCN)} =$$

$$= \frac{5 \cdot \ 25.248{,}76 \cdot 3{,}3839 + 10 \cdot 5{,}5000 \ \cdot 3.093{,}98}{5 \cdot 25.248{,}76 + 10 \cdot 5{,}500} = \ 3{,}8000 \text{ quadrimestri}$$

b) Tale individuo, utilizzando il valore facciale e l'ultima cedola del TCF di cui al punto precedente, ricava il 50% del costo di un furgone che intende acquistare. L'altra metà viene finanziata con un piano di ammortamento a rata costante quadrimestrale, valutato al tasso dell'8% annuo, di durata 5 anni. Impostare il piano di ammortamento per il primo anno.

SVOLGIMENTO

50% Costo del Furgone = A = 25.000 + 500 = **25.500** = Valore Finanziamento

Il tasso di valutazione è pari all'8% annuo, che deve essere convertito nel tasso equivalente quadrimestrale

$$(1+ 0{,}08)^{1/3} - 1 = 2{,}60\%$$

Considerando una durata di 5 anni = 15 quadrimestri, si ottiene il seguente piano di ammortamento:

k	R	Ck	Ik	Dk
0	**0**	**0**	**0**	**25.500,00**
1	**2.074,51**	**1.411,87**	**662,63**	**24.088,13**
2	**2.074,51**	**1.448,56**	**625,94**	**22.639,56**
3	**2.074,51**	**1.486,20**	**588,30**	**21.153,36**
4	2.074,51	1.524,82	549,68	19.628,54
5	2.074,51	1.564,45	510,06	18.064,09
6	2.074,51	1.605,10	469,41	16.458,99
7	2.074,51	1.646,81	427,70	14.812,18
8	2.074,51	1.689,60	384,90	13.122,58
9	2.074,51	1.733,51	341,00	11.389,07
10	2.074,51	1.778,55	295,95	9.610,51
11	2.074,51	1.824,77	249,73	7.785,74
12	2.074,51	1.872,19	202,32	5.913,56
13	2.074,51	1.920,84	153,67	3.992,72
14	2.074,51	1.970,75	103,75	2.021,96
15	2.074,51	2.021,96	52,54	0,00

c) **Qualora tale individuo non avesse avuto a disposizione il TCF di cui al punto precedente, quante rate quadrimestrali posticipate, pari a Euro 3.000, avrebbe dovuto pagare per rimborsare l'intero costo del furgone, utilizzando il tasso dell'8% annuo?**

SVOLGIMENTO

- R = **3.000**
- i = 8 % annuo equivalente al tasso del **2,60%** quadrimestrale
- A = Costo furgone = 25.500 * 2 = **51.000**

La formula da usare quindi è la seguente (<u>piano di rimborso</u>):

$$m = -\frac{\log\left(1 - \frac{i \cdot A}{R}\right)}{\log(1+i)} = \mathbf{22{,}72}$$

ESERCIZIO 2

a) **Il signor Berti deve valutare la scelta tra due investimenti alternativi in base al criterio del TIR investendo all'epoca 0 una somma iniziale P pari a Euro 37.000:**
   - **Operazione A: Zero Coupon Bond (TCN) con valore facciale pari a Euro 48.000 e scadenza a 5 anni.**
   - **Operazione B: rendita perpetua posticipata con rata semestrale pari a Euro 500.**

   Indicare l'operazione di investimento più conveniente spiegandone la motivazione.

SVOLGIMENTO

Operazione A - TCN

P = 37.000
C = 48.000
n = 5 anni

$$i_A^* = \frac{1}{\sqrt[n]{\frac{P}{C}}} - 1 = \mathbf{5{,}34\%\ annuo}$$

Operazione B – RENDITA PERPETUA

P = 37.000
R Semestrale = 500

$$i_B^* = \frac{R}{P} = \mathbf{1{,}35\%\quad semestrale}$$

Per confrontare le due operazioni di investimento i TIR devono essere riferiti alla stessa base temporale, quindi convertiamo il tasso i_B^* in un tasso annuo:

$$(1+0{,}0135)^2 - 1 = \mathbf{2{,}72\%}$$

L'operazione di investimento più conveniente è la A, perché garantisce un tasso di rendimento più elevato.

b) Utilizzando la legge dell'interesse semplice e ricorrendo al tasso equivalente (secondo la legge dell'interesse semplice) a quello scelto al punto precedente, calcolare al tempo t = 0,5 semestri il valore attuale della seguente operazione finanziaria: {1000; 1500; 1550} / {0,7; 1; 3}, dove il tempo è espresso in semestri.

SVOLGIMENTO

t = 0,5 semestri

x / t = {1000; 1.500; 1.550} / {**0,7**; **1**; **3**}

Tir annuo = 5,34%.

Il tasso da utilizzare deve essere su base semestrale e deve essere calcolato secondo il principio di equivalenza finanziaria che vale nel regime dell'Interesse Semplice, per cui:

i sem = 5,34% / 2 = **2,67%**

Ora possiamo calcolare il valore attuale utilizzando il fattore di sconto 1 / [1+ i (s-t)] :

$$\mathbf{VA} = 1000\frac{1}{1+0{,}0267*(0{,}7-0{,}5)}+1500\frac{1}{1+0{,}0267*(1-0{,}5)}+1550\frac{1}{1+0{,}0267*(3-0{,}5)}=$$

$$= \mathbf{3.927{,}86}$$