MATEMATICA FINANZIARIA 1

PROVA SCRITTA DEL **26 GIUGNO 2007**

PROVA 1

ECONOMIA AZIENDALE

ESERCIZIO 1

Il Signor Rossi vuole acquistare un appartamento, il cui costo è pari a Euro 150.000. A tal fine vende un Titolo a Cedola Fissa (TCF), il cui valore nominale è pari a Euro 85.000, che paga cedole quadrimestrali, con tasso nominale annuo dell'8% e scadenza a 4 quadrimestri.
Vendendo il TCF il Signor Rossi ottiene il 60% del costo dell'appartamento; la parte residua (cioè il 40%) viene ricavata chiedendo ad una banca un finanziamento a rate posticipate costanti, pagate ogni trimestre per 5 anni ad un tasso del 4% annuo.

a) Si compili il piano d'ammortamento per il primo semestre del finanziamento ed indicare la decima quota capitale versata;

Svolgimento

Costo appartamento = A = 150.000 Euro

Valore finanziamento = B = 40% * 150.000 = 60.000 Euro

Scadenza finanziamento = n = 5 anni = 20 trimestri

Tasso finanziamento = i_1 = 0,04.

Calcoliamo il tasso equivalente $i_{1/4} = (1+i_1)^{1/4}-1 = (1+0,04)^{1/4}-1 = 0,99\%$. A questo punto possiamo impostare il piano di ammortamento a rata costante.

k	R	Ck	Ik	Dk
0	0	0	0	60.000,00
1	3.320,01	2.728,81	591,20	57.271,19
2	3.320,01	2.755,70	564,32	54.515,49
3	3.320,01	2.782,85	537,16	51.732,64
4	3.320,01	2.810,27	509,74	48.922,37
5	3.320,01	2.837,96	482,05	46.084,41
6	3.320,01	2.865,92	454,09	43.218,49
7	3.320,01	2.894,16	425,85	40.324,32
8	3.320,01	2.922,68	397,33	37.401,64
9	3.320,01	2.951,48	368,53	**34.450,16**
10	3.320,01	**2.980,56**	339,45	31.469,60
11	3.320,01	3.009,93	310,08	28.459,67
12	3.320,01	3.039,59	280,42	25.420,08
13	3.320,01	3.069,54	250,47	22.350,54
14	3.320,01	3.099,78	220,23	19.250,76
15	3.320,01	3.130,33	189,69	16.120,43
16	3.320,01	3.161,17	158,84	12.959,26
17	3.320,01	3.192,32	127,69	9.766,94
18	3.320,01	3.223,78	96,24	6.543,16
19	3.320,01	3.255,54	64,47	3.287,62
20	3.320,01	3.287,62	32,39	- 0,00

La decima quota capitale sarà pari a Euro **2.980,56**.

Un possibile modo per calcolarla, è ricavare il Debito Residuo all'epoca 9, con la seguente formula:

$$D_9 = R * v\frac{1-v^{20-9}}{1-v} = 34.450,16$$

quindi $I_{10} = i * D_9 = 339,45$

ed infine

$$C_{10} = R - I_{10} = 3.320,01 - 339,45 = \mathbf{2.980,56}\ .$$

b) Si supponga che dopo il 2° anno la banca imponga che il tasso di interesse passi dal 4% annuo al 10% annuo. Il Signor Rossi però non vuole aumentare l'importo della rata, quindi quanti versamenti aggiuntivi deve effettuare per estinguere il debito residuo affinché la rata non aumenti?

Svolgimento

E' necessario calcolare il Debito Residuo all'epoca t =8 trimestri = 2 anni, con il vecchio tasso (4%). Come visto in precedenza si ha:

$$D_8 = R * v\frac{1-v^{20-8}}{1-v} = \mathbf{37.401,64}$$

Il nuovo tasso i_2 è pari al 10%, che risulta equivalente al tasso $i_{trim} = (1+0,1)^{1/4}-1 = 2,41\%$.

Quindi se il Sig. Rossi non vuole aumentare l'importo della rata a fronte di un aumento del tasso di interesse, dovrà considerare un piano di rimborso del Debito Residuo con il seguente nuovo numero di rate (residue) è :

$$m = -\frac{\log(1-\frac{i_{trim}D_8}{R})}{\log(1+i_{trim})} = -\frac{\log(1-\frac{0,0241*37.401,64}{3.320,01})}{\log(1+0,0241)} = \mathbf{13,3}$$

c) Si calcoli il tasso interno di rendimento del TCF di cui il Signor Rossi è in possesso;

Svolgimento

Costo appartamento = A = 150.000

Valore Nominale TCF = C = 85.000

Tasso Nominale annuo = i = 8%

Scadenza TCF = 4 quadrimestri

La cedola I sarà quindi pari a C * i / 3 = 85.000 * 0,08 / 3 = 2.267 Euro.

Il prezzo è pari al 60% del costo dell'appartamento, quindi

$$P = 0{,}6 * 150.000 = 90.000$$

Il TIR esiste ed è unico?

Sì, perché sussiste un'unica variazione di segno e si ha:

$$P < C + 4 * I \Rightarrow 90.000 < 85.000 + 4 * 2.267$$

L'equazione che consente di ricavare il TIR, **con il metodo delle corde**, è quindi la seguente:

$$P = I * v^* \frac{1 - v^{*4}}{1 - v^*} + C\ v^{*4}$$

Adottando il solito procedimento, si procede alla scelta di $v_1 = 0{,}98$ e $v_m = 0{,}99$, da cui si ricava:

$$v_2 = 0{,}9886$$

a cui corrisponde $f(v_2) = 89.994$.
Ora, a fronte di un $\varepsilon = 0{,}0001$, si ottiene

$$f(v_2 + \varepsilon) = 90.029 > 90.000.$$

La soluzione è quindi accettabile e si ricava un TIR pari a

$$i^* = \frac{1}{v_2} - 1 = \mathbf{1{,}16\%\ quadrimestrale}$$

d) Si calcoli per il TCF, in t=0 la Duration del primo ordine e in t=0.5 quadrimestri la Scadenza Media Aritmetica, utilizzando il TIR calcolato al punto c).

Svolgimento

In base ai valori ricavati nei punti precedenti si ha

$$D(0;TCF) = \frac{\sum_{k=1}^{m} t_k \cdot I \cdot v^{t_k} + t_m \cdot C \cdot v^{t_m}}{\sum_{k=1}^{m} I \cdot v^{t_k} + C \cdot v^{t_m}} = 3{,}85 \text{ quadrimestri}$$

$$SMA(0{,}5;TCF) = \frac{\sum_{k=1}^{m} (t_k - 0{,}5) \cdot I \cdot + (t_m - 0{,}5) \cdot C}{\sum_{k=1}^{m} I + C} = 3{,}36 \text{ quadrimestri}$$

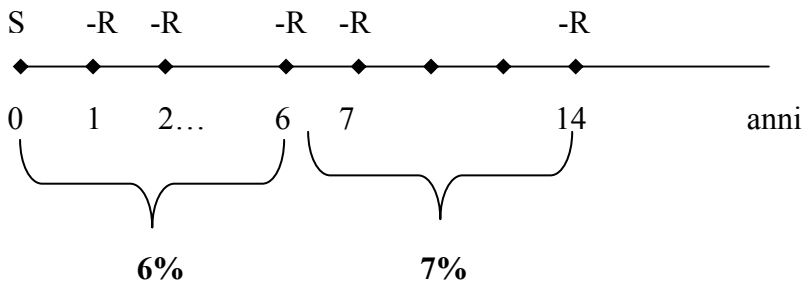
ESERCIZIO 2

Una rendita è costituita da 14 rate annue posticipate, pari a Euro 3.000. Si calcoli il valore attuale della rendita in t=0, sapendo che fino alla sesta rata compresa (fino a t=6) viene adottato un tasso di interesse pari al 6% annuo e successivamente (per le rate residue, da t=6) un tasso annuo pari al 7%.

Svolgimento

R = 3.000

S = Valore Attuale da calcolare in presenza della variazione del tasso di interesse dopo 6 anni.



E' necessario valutare una rendita dove:

- **A** = per le prime 6 rate è necessario utilizzare il tasso di interesse pari al 6%;
- **B** = per le successive 8 rate si procederà ad utilizzare il tasso del 7% per calcolare il valore attuale delle 8 rate in t = 6 e si applicherà il tasso del 6% per il periodo di "differimento".

La formula da utilizzare è la seguente:

$$S = \underbrace{R * \frac{1-(1+0{,}06)^{-6}}{0{,}06}}_{\mathbf{A}} + \underbrace{R \frac{1-(1+0{,}07)^{-8}}{0{,}07} * (1+0{,}06)^{-6}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{27.380{,}56}$$

differimento