MATEMATICA FINANZIARIA 1

PROVA SCRITTA DEL **11 SETTEMBRE 2007**

ECONOMIA AZIENDALE

Cognome……..……. Nome ……Matricola……..

ESERCIZIO 1

a) Il Sig. Rossi acquista un BTP (TCF) al Prezzo P di Euro 103,7 in t=0, con valore facciale C pari a Euro 100, scadenza in t =2, Cedole semestrali, tasso nominale annuo pari al 10%. Inoltre il Sig. Rossi versa le prime 3 cedole, contestualmente al loro incasso, su un conto corrente che garantisce un tasso annuo di remunerazione dell'8%.
Calcolare l'importo a disposizione del sig. Rossi al momento del rimborso del BTP (cioè in t=2).

SVOLGIMENTO

P = 103,7

C = 100,0

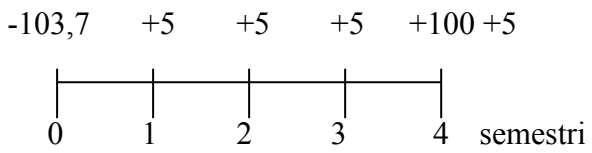
scadenza = 2 anni = 4 semestri

i_{nom} = 10% annuo (equivalente al 5% semestrale).

Quindi il valore della cedola I sarà

$$I = C * i_{nom} / 2 = 100 * 0,1 * 0,5 = 5$$

L'operazione finanziaria può essere descritta nel seguente grafico:



Dato che le prime 3 cedole contestualmente al loro incasso sono state versate su un conto corrente che garantiva un tasso annuo dell'8%, è necessario capitalizzarle in t = 2 anni (4 semestri).

Trasformiamo quindi il tasso annuo dell'8% nel tasso equivalente su base semestrale:

$$i_{sem} = (1+ 0,08)^{½} -1 = 3,92\%$$

Quindi il valore ottenuto dal Sig. Rossi in t = 2 sarà pari a:

$$5 * (1+0,0392)^3 + 5 * (1+0,0392)^2 + 5 * (1+0,0392)^1 + 5 + 100 = \mathbf{121,2}$$

a) Calcolare il TIR del BTP definito al punto precedente.

SVOLGIMENTO

P = 103,7
C = 100
I = 5

Il TIR esiste ed è unico perché sussiste una variazione di segno e C + 4 * I > P.

L'equazione del TIR è tale che:

$$I\frac{v\left(1-v^4\right)}{1-v}+Cv^4 = P$$

Risolviamo quest'equazione tramite il metodo delle corde e poniamo f(v)= $I\frac{v\left(1-v^4\right)}{1-v}+Cv^4$.

Fissiamo un livello massimo di errore ε=0,0001.

La soluzione cercata v* è l'ascissa del punto d'intersezione della funzione f(v) con la retta P=103,7.

Scegliamo v_1=0,96 a cui corrisponde f(v_1)= 103,01 minore di P, e v_m=0,97 a cui corrisponde f(v_m)= 107,07 maggiore di P.

La retta passante per (v_1,f(v_1)) e (v_m,f(v_m)) è:

$$\frac{y-f(v_1)}{f(v_m)-f(v_1)}=\frac{v-v_1}{v_m-v_1}.$$

Imponiamo che tale retta intersechi la retta P= 103,7:

$$\frac{P-f(v_1)}{f(v_m)-f(v_1)}=\frac{v_2-v_1}{v_m-v_1};$$

Da cui si ricava:

$$v_2 = v_1+(v_m-v_1)\frac{P-f(v_1)}{f(v_m)-f(v_1)} = 0{,}9617$$

e

f(v_2+ε) = 103,73 > P.

Allora considerando v_2 come soluzione accettabile commettiamo un errore minore di ε. In generale si itera questo procedimento n volte fino a che $|v_n - v^*| \le \varepsilon$, ovvero f($v_n$+ε)>P.

Il TIR è quindi: $i_2^* = \frac{1}{v_2}-1 = 0{,}0398$ → 3,98% semestrale.

b) Calcolare la quinta Quota Interessi del Piano di Ammortamento a Rata Costante Posticipata semestrale, utilizzando il tasso di interesse determinato al punto precedente e con scadenza in t = 5 anni a fronte di un Debito iniziale pari a Euro 10.000.

SVOLGIMENTO

A = 10.000
i = 3,98% semestrale
t = 5 anni = 10 semestri

La rata R sarà pari a

$$R = \frac{10.000}{\frac{1-(1+0{,}0398)^{-10}}{0{,}0398}} = 1.231{,}89$$

La formula di calcolo della Quota Interessi per questo piano di ammortamento è pari a:

$$I_k = R \cdot \left(1 - v^{t-k+1}\right)$$

Quindi la quinta Quota Interessi I_5 sarà data da:

$$I_5 = R \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{1+0{,}0398}\right)^{10-5+1}\right) = \mathbf{257{,}38}$$

ESERCIZIO 2

Il signor Bianchi acquista due TCN con valore facciale pari a Euro 110 e scadenza in t=1,5 anni. Inoltre gode di una rendita a rata annua, di importo pari a Euro 1.000, posticipata immediata temporanea per 3 anni.

a) Calcolare le duration del primo ordine delle due operazioni finanziarie in t = 0 utilizzando un tasso annuo del 4 %.

SVOLGIMENTO

TCN

C = 110
i = 0,04 annuo
t = 1,5 anni

Quindi $P = C * (1+i)^{-1,5} = 103,7$
Inoltre, come noto, la duration del TCN è pari alla sua vita residua, che in t = 0, è pari a 1,5 anni.

Rendita

R = 1000
n = 3
$v = (1+0,04)^{-1} = 0,9615$

$P = 1000 * (1 - 0,9615^3) / 0,04 = 2.775,09$

$$D(0;\text{Rendita}) = \frac{1*1000*0,9615^1 + 2*1000*0,9615^2 + 3*1000*0,9615^3}{2775,09} = 1,97$$

b) A fronte di un portafoglio Z composto da due quote del TCN e dalla rendita descritti in precedenza, calcolare la Variazione Percentuale del Prezzo di tale portafoglio a fronte della variazione del tasso annuo di interesse pari a $\Delta i = -0{,}009$ dopo 1 semestre.
Per entrambi i punti utilizzare un tasso annuo del 4%.

SVOLGIMENTO

La Duration del portafoglio Z é

$$D(0;Z) = \frac{\alpha \cdot P(0;TCN) \cdot D(0;TCN) + \beta \cdot P(0;RENDITA) \cdot D(0;RENDITA)}{\alpha \cdot P(0;TCN) + \beta \cdot P(0;RENDITA)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 103{,}7 \cdot 1{,}5 + 1 \cdot 2755{,}09 \cdot 1{,}97}{2 \cdot 103{,}7 + 1 \cdot 2755{,}09} = 1{,}94 \quad anni$$

Prima di calcolare la variazione percentuale occorre determinare la duration di Z in t = 1 semestre = 0,5 anni.

$$D(0{,}5;Z) = D(0;Z) - 05 = \mathbf{1{,}44}$$

Quindi la variazione percentuale sarà pari a:

$$-\, D(0{,}5;Z) * \frac{1}{1+i} * \Delta i = -1{,}44 * (1+0{,}04)^{-1} * (-0{,}009) = \mathbf{1{,}2\%.}$$