MATEMATICA FINANZIARIA 1

PROVA SCRITTA DEL **20 NOVEMBRE 2007 – PROVA 1**

ECONOMIA AZIENDALE

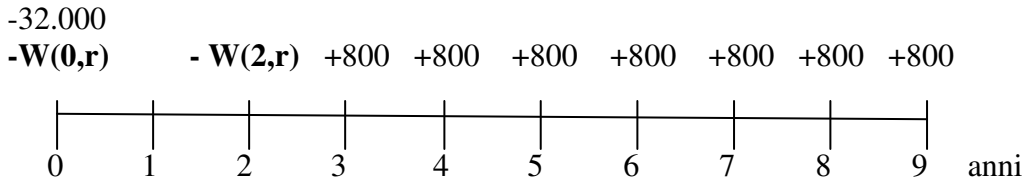
ESERCIZIO 1

a) Il Sig. Rossi vuole acquistare un monolocale in t=0. A tal fine versa Euro 32.000 in t=0 e paga anche il valore attuale di una rendita temporanea costituita da 7 rate annue posticipate pari a Euro 800, di cui la prima è esigibile esattamente in t=3 anni e l'ultima in t=9 anni. Determinare il costo del monolocale dato dalla somma dell'importo di 32.000 e dal valore attuale (in t=0) della rendita su descritta utilizzando un tasso semestrale pari al 4,49%.

SVOLGIMENTO

Determiniamo il valore attuale della rendita temporanea costituita da 7 rate annue pari a Euro 800, di cui la prima è esigibile esattamente in t=3 anni e l'ultima in t=9 anni, che può essere così rappresentata:

R= 800



Trasformiamo il tasso semestrale del 4,49% nel tasso equivalente su base annuale:

$i_{ann} = (1+ 0{,}0449)^2 - 1 = 9{,}18\%$

$\nu=(1+0{,}0918)^{-1} = 0{,}9159$

Determiniamo il valore della rendita in t=2=differimento, **W(2,r)**:

$W(2,r) = 800 * (1-(0{,}9159)^7) / 0{,}0918= 4.002$ Euro,

e lo attualizziamo in t=0, ottenendo **W(0,r)**:

$W(0,r) = 4.002 * 0{,}9159^2= 3.357$ Euro

Il costo del monolocale, ricordando che il Sig. Rossi effettua anche un versamento in t=0 di 32.000 Euro, è pari a:

32.000 + 3.357 = **35.357 Euro**

b) Calcolare il numero di rate necessarie ad estinguere il finanziamento pari al costo del monolocale (di cui al punto a), qualora il Sig. Rossi ricorra ad un piano di ammortamento a Rata Costante Posticipata, utilizzando un tasso trimestrale del 1% e le Rate semestrali pari a Euro 800.

SVOLGIMENTO

Dal punto 1.a sappiamo che il costo del monolocale è pari a 35.357 Euro.

R_{sem}= 800 €

$i_{sem} = (1+ 0{,}01)^2 - 1 = 2{,}01\%$ equivalente al tasso dell' 1% trimestrale.

Dato che stiamo considerando un piano di rimborso, si può dimostrare che il numero di rate necessarie ad estinguere il finanziamento è pari a:

$$m = -\frac{Log(1-0{,}0201*35.357/800)}{Log(1+0{,}0201)} = \mathbf{110{,}17}$$

c) Calcolare la ventesima Quota Capitale del Piano di Ammortamento precedente, utilizzando il tasso di interesse e la scadenza (valore intero) calcolati nel punto precedente.

SVOLGIMENTO

$i_{sem} = 2{,}01\%$

m = 111

Avendo modificato il valore m, è necessario ricalcolare la rata al fine di garantire la relazione di equità dell'operazione finanziaria precedente:

$$R' = \frac{35.357}{\frac{1-(1{,}0201)^{-111}}{0{,}0201}} = \mathbf{798{,}35}$$

Ora si può dimostrare che per tale piano di ammortamento, la generica quota capitale nel periodo k (con scadenza m) è:

$$QC_k = R*(1+i)^{-(m-k+1)}$$

La ventesima Quota Capitale è pari a:

$$QC_{20} = 798{,}35 * (1+0{,}0201)^{-(111-20+1)} = \mathbf{127{,}96\ Euro}$$

ESERCIZIO 2

Il signor Rossi acquista un TCF con valore facciale pari a Euro 100, quotato alla pari, Tasso interno di rendimento pari al 5% annuo, Cedole annue e scadenza in t = 2 anni.

a) Calcolare le duration del primo ordine e del secondo ordine del TCF in t = 0.5 anni, utilizzando un tasso annuo del 6%.

SVOLGIMENTO

TCF

P = C = 100
T.I.R. = 5% annuo
Scadenza in n = 2 anni

Dato che il TCF è quotato alla pari si ottiene che il T.I.R. = Tasso cedolare i_{ced} = 5%.

Quindi la Cedola (annua) I è pari a $i_{ced} * C = 5$.

Ora essendo, i = 6% tasso annuo di valutazione, ricaviamo $v = (1+0{,}06)^{-1} = 0{,}943396$.

<u>Si noti che il tasso di valutazione è pari al 6% (e non il tasso che garantisce l'equità di tale operazione finanziaria), quindi il Prezzo (in 0) sarà diverso da C e dovrà essere ricalcolato.</u>

Dato che l'istante di valutazione é t = 0,5 anni si ha:

$$D(TCF;\ 0{,}5) = \frac{(1-0{,}5)*5*v^{(1-0{,}5)} + (2-0{,}5)*(5+100)*v^{(2-0{,}5)}}{5*v^{(1-0{,}5)} + (5+100)*v^{(2-0{,}5)}} = 1{,}45 \text{ anni}$$

$$D^{(2)}(TCF;\ 0{,}5) = \frac{(1-0{,}5)^2*5*v^{(1-0{,}5)} + (2-0{,}5)^2*(5+100)*v^{(2-0{,}5)}}{5*v^{(1-0{,}5)} + (5+100)*v^{(2-0{,}5)}} = 2{,}15 \text{ (anni)}^2$$

b) Ricavare le quote di un TCN, con valore facciale pari a Euro 150, scadenza a 1.5 anni, tale da formare, insieme a una quota del TCF precedentemente definito, un portafoglio con Prezzo pari a Euro 450 (si utilizzi sempre il tasso del 6%).

SVOLGIMENTO

i = 6% annuale

TCN
$P(0;\ TCN) = 150 * (1+i)^{-1,5} = 137{,}45$ Euro
TCF
$P(0;\ TCF) = 5 * (1+i)^{-1} + 105 * (1+i)^{-2} = 98{,}17$ Euro

Risolvendo l'equazione di primo grado nell'incognita β troveremo le quote del TCN:

$\alpha\ P(0;\ TCF) + \beta\ P(0;\ TCN) = P(0;Z)$

$$1*98{,}17 + \beta*137{,}45 = 450 \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{450-98{,}17}{137{,}45} = 2{,}5597$$

MATEMATICA FINANZIARIA 1

PROVA SCRITTA DEL **20 NOVEMBRE 2007 – PROVA 2**

ECONOMIA AZIENDALE

ESERCIZIO 1

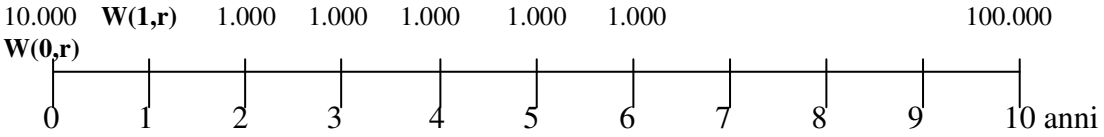
a) Il Sig. Bianchi vuole acquistare una casa in t=10 anni del valore di Euro 100.000. A tal fine versa Euro 10.000 in t=0 in un conto corrente bancario, che garantisce un tasso annuo del 3% e versa, sempre nello stesso conto, 5 rate annue posticipate pari a Euro 1.000, di cui il primo versamento è effettuato esattamente in t=2 anni e l'ultimo in t=6 anni. Determinare il capitale totale maturato in t= 10 anni.

SVOLGIMENTO

i = 3%

$v = (1+ 0{,}03)^{-1} = 0{,}9709$

L'operazione finanziaria può essere così rappresentata (R= 1.000):



Determiniamo il valore della rendita in t=1=differimento, **W(1,r)**:

$$W(1,r) = 1.000 * \left(\frac{1 - 0{,}9709^5}{0{,}03} \right) = 4.580 \text{ Euro}$$

e lo attualizziamo in t=0, ottenendo **W(0,r)**:

W(0,r) = 4.580 * 0,9709 = 4.446 Euro

Il capitale che il Sig. Bianchi ha maturato, in t =10, sul proprio conto corrente è pari a:

Capitale Maturato = $(10.000 + 4.446)*(1+0{,}03)^{10}$ = **19.415 Euro**

b) Calcolare il numero di rate necessarie ad estinguere il finanziamento, pari alla differenza tra il costo della casa (Euro 100.000) e il capitale ricavato al punto a), qualora il Sig. Bianchi ricorra ad un piano di ammortamento a Rata Costante Posticipata, utilizzando un tasso quadrimestrale del 3% e Rate semestrali pari a Euro 8.000.

SVOLGIMENTO

A = 100.000 – 19.415 = 80.585

R = 8.000 €

$i_{sem} = (1+0{,}03)^{3/2} - 1 = 4{,}53\%$

Dato che stiamo considerando un piano di rimborso, si può dimostrare che il numero di rate necessarie ad estinguere il finanziamento è pari a:

$$m = -\frac{Log(1-0{,}0453*80.585/8.000)}{Log(1+0{,}0453)} = \mathbf{13{,}8}$$

c) Calcolare la quarta Quota Capitale del Piano di Ammortamento precedente, utilizzando il tasso di interesse e la scadenza (valore intero) calcolati nel punto precedente.

SVOLGIMENTO

$i_{sem} = 4{,}53\%$

m = 14 (valore intero)

Avendo modificato il valore m, è necessario ricalcolare la rata al fine di garantire la relazione di equità dell'operazione finanziaria:

$$R' = \frac{80.585}{\frac{1-(1{,}0453)^{-14}}{0{,}0453}} = \mathbf{7.900{,}09}$$

Ora si può dimostrare che per tale piano di ammortamento, la generica quota capitale nel periodo k (con scadenza m) è:

$$QC_k = R*(1+i)^{-(m-k+1)}$$

La quarta Quota Capitale è pari a:

$$QC_4 = 7.900{,}09 * (1+0.0453)^{-(14-4+1)} = \mathbf{4.850{,}85\ Euro}$$

ESERCIZIO 2

Il signor Bianchi acquista un TCF con valore facciale pari a Euro 200, quotato alla pari, Tasso interno di rendimento pari al 3% semestrale, Cedole semestrali e scadenza in t = 1 anno.

a) Calcolare le duration del primo ordine e del secondo ordine del TCF in t = 0.3 semestri, utilizzando un tasso annuo del 6%.

SVOLGIMENTO

TCF

P = C = 200
Scadenza in t = 1 anno = 2 semestri
T.I.R. = 3% semestrale

Dato che il TCF è quotato alla pari si ottiene che il T.I.R. = Tasso cedolare i_{ced} = 3%. Quindi la Cedola (semestrale) **I** = i * C = 6. Ora essendo, i = 6% tasso annuo di valutazione corrispondente al tasso semestrale i_{sem}= $(1+0{,}06)^{½}$-1 = 2,96%, si ha $v = (1+0{,}0296)^{-1}$ = 0,9713.

<u>Si noti che il tasso di valutazione è pari al 6% (e non il tasso che garantisce l'equità di tale operazione finanziaria), quindi il Prezzo (in 0) sarà diverso da C e dovrà essere ricalcolato.</u>

Dato che l'istante di valutazione é t = 0,3 semestri si ha:

$$D(TCF;\ 0{,}3) = \frac{(1-0{,}3)*6*v^{(1-0{,}3)} + (2-0{,}3)*(6+200)*v^{(2-0{,}3)}}{6*v^{(1-0{,}3)} + (6+200)*v^{(2-0{,}3)}} = 1{,}67 \text{ semestri}$$

$$D^{(2)}(TCF;\ 0{,}3) = \frac{(1-0{,}3)^2*6*v^{(1-0{,}3)} + (2-0{,}3)^2*(6+200)*v^{(2-0{,}3)}}{6*v^{(1-0{,}3)} + (6+200)*v^{(2-0{,}3)}} = 2{,}82 \text{ (semestri)}^2$$

b) Ricavare le quote di un TCN, con valore facciale pari a Euro 175, scadenza a 2 semestri, tale da formare, insieme a due quote del TCF precedentemente definito, un portafoglio con Prezzo pari a Euro 870 (si utilizzi sempre il tasso del 6%).

SVOLGIMENTO

i = 6% annuale

TCN
P(0; TCN) = 175 * $(1+i)^{-1}$ = 165,09 Euro
TCF
P(0; TCF) = 6 * $(1+i)^{-1/2}$ +206 * $(1+i)^{-1}$ = 200,17 Euro

Risolvendo l'equazione di primo grado nell'incognita β troveremo le quote del TCN:

α P(0; TCF) + β P(0; TCN) = P(0;Z)

$$2*200{,}17 + \beta*165{,}09 = 870 \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{870-400{,}37}{165{,}09} = 2{,}8449\,.$$