MATEMATICA FINANZIARIA 1

PROVA SCRITTA DEL **25 NOVEMBRE 2008**

ECONOMIA AZIENDALE – Turno 1

Cognome……..……. Nome ……Matricola……..

ESERCIZIO 1

Tre anni fa, un individuo ha acquistato al prezzo di 25.000 Euro un portafoglio formato da 20 TCN con scadenza 3 anni ognuno dei quali riconosceva un tasso interno di rendimento del 3% annuo.
Oggi, all' epoca t_0=0, egli ha l'opportunità di acquistare una casa, versando come anticipo la somma che gli ha fruttato il portafoglio precedente e finanziando la parte rimanente tramite un mutuo al tasso del 6% annuo che prevede il versamento di 10 rate costanti semestrali anticipate di importo pari a 12.000 Euro a partire dall'epoca t_1=1 anno. Determinare:

1) il valore facciale di ogni TCN;

Il prezzo di ciascun TCN è pari a:

25.000 Euro / 20= 1.250 Euro

Il valore nominale del titolo è pari a:

Valore Nominale= $1.250*(1+0,03)^3$= 1.365,91 Euro

2) il costo della casa in t_0 = 0.

La somma versata come anticipo per l'acquisto della casa è pari a:

*20*1.365,91 Euro= 27.318,18 Euro*

Mentre la parte rimanente viene finanziata attraverso un mutuo al tasso del 6% annuo a partire da t = 1 anno:

i_{ann}=6%

$i_{sem}=(1+0,06)^{1/2}-1=2,96\%$

$$DR_1 = 12.000 \cdot (1+0,0296) \cdot \frac{1-(1+0,0296)^{-10}}{0,0296} \cdot (1+0,0296)^{-2} = 99.645,28\, Euro$$

Dunque, il costo complessivo della casa è:

Costo Casa = 27.318,18+ 99.645,28=126.963,45 Euro

ESERCIZIO 2

Un individuo al tempo t_0=0 vuole finanziare l'acquisto di un portafoglio titoli dal valore di 75.000 Euro, composto da α quote del Titolo 1 e β quote del Titolo 2, dove

- **Titolo 1: TCN con valore nominale pari a 4.500 Euro e scadenza 1,5 anni;**
- **Titolo 2: TCF emesso alla pari con valore facciale pari a 4.000 Euro, tasso nominale annuo 7%, cedole quadrimestrali e scadenza 2 anni.**

Utilizzando, quando necessario, il TIR del Titolo 2, determinare:

1. **le Duration del primo ordine dei due titoli in t=0;**

Duration TCN

D(0;TCN)=1,5 anni

Duration TCF

Il tasso nominale annuo del titolo è pari al 7%, da cui il tasso cedolare:

$i_{ced} = i_{nom}$ */ num. cedole pagate in un anno=0,07 / 3=2,33% quadrimestrale (T.I.R. quadrim.)*

Il valore della cedola sarà dunque pari a:

*I=4.000*2,3%=93,33 Euro*

$v=(1+0.023)^{-1}=0,977199$

$$D(0,TCF)=\frac{93,33*v+93,33*v^2*2+93,33*v^3*3+93,33*v^4*4+93,33*v^5*5+(93,33+4.000)*v^6*6}{93,33*v+93,33*v^2+93,33*v^3+93,33*v^4+93,33*v^5+(93,33+4.000)*v^6}=$$

$$=\frac{22.672,81}{4.000}=5,67\,quadrimestri=1,89\,anni$$

2. **la quota α del TCN e la quota β del TCF affinché la Duration del Portafoglio z, così composto, sia pari a 1,8 anni;**

Determino innanzitutto il prezzo dei due titoli:

$i_{ann}=(1+0,023)^3-1=7,16\%$

$P_{TCN}=4.500*(1+0,0716)^{-1,5}=4.056,35$ *Euro*

$P_{TCF}=4.000$ *Euro*

Sapendo che il valore complessivo del portafoglio è di 75.000 Euro, calcolo la duration del portafoglio z:

$$D(0;z)=\frac{\alpha\cdot P_{TCN}\cdot D(0,TCN)+\beta\cdot P_{TCF}\cdot D(0,TCF)}{\alpha\cdot P_{TCN}+\beta\cdot P_{TCF}}=1,8\ anni$$

Per ricavare α e β devo impostare un sistema di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha \cdot P_{TCN} \cdot D(0,TCN) + \beta \cdot P_{TCF} \cdot D(0,TCF)}{75000} = 1{,}8 \\ \alpha \cdot P_{TCN} + \beta \cdot P_{TCF} = 75.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4{,}27 \\ \beta = 14{,}42 \end{cases}$$

3. **dopo 1 trimestre, la Variazione Percentuale del Prezzo del Portafoglio a fronte della variazione del TIR del titolo 2 pari a Δi =0,004. Commentare quindi cosa accade al prezzo del portafoglio.**

t = 1 trimestre

D(t; z)=1,8 – 0,25=1,55 anni

La variazione percentuale del prezzo del portafoglio è così determinata:

$$\frac{\Delta W(t,z)}{W(t,z)} = -\frac{1}{1+0{,}0716} \cdot 1{,}55 \cdot (0{,}004) = -0{,}579\%$$

Dunque, a fronte di un aumento del tasso annuo di valutazione nella misura dello 0,004, il prezzo del portafoglio è diminuito dello 0,579%.