MATEMATICA FINANZIARIA 1
PROVA SCRITTA DEL **12 MAGGIO 2009**
ECONOMIA AZIENDALE

ESERCIZIO 1

Una società vuole acquistare un ufficio il cui costo è pari a 60.000 Euro. A tal fine versa come anticipo il 40% del costo e per la parte rimanente decide di accedere ad un mutuo al tasso del 4% annuo, caratterizzato da rate bimestrali costanti posticipate. Supponendo che la società non possa pagare una rata bimestrale superiore a 7.000 Euro, si determini:

1. **il numero minimo di versamenti che la società dovrebbe effettuare per estinguere il mutuo e l'importo della relativa rata;**

Costo Ufficio = 60.000 Euro
*Anticipo = 40% * 60.000*= 24.000 Euro
La parte del costo da finanziare con il mutuo è: 60.000 – 24.000 = 36.000 Euro

Innanzitutto calcoliamo il tasso di interesse su base bimestrale equivalente al tasso annuo del 4%:

$$i_{1/6} = (1+i)^{\frac{1}{6}} - 1 = (1+0{,}04)^{\frac{1}{6}} - 1 = 0{,}66\%$$

Sapendo la società non può pagare una rata bimestrale superiore a R_{max}=7.000 Euro e che la somma da finanziare con il mutuo può essere espressa come:

$$S = R_{\max} \cdot a_{\overline{m}|i_{1/6}} = R_{\max} \cdot \frac{1-\left(1+i_{1/6}\right)^{-m}}{i_{1/6}}$$

Ricaviamo "m" che rappresenta il numero di rate di pagare:

$$m = -\frac{\log\left[\dfrac{1-\left(S \cdot i_{1/6}\right)}{R_{\max}}\right]}{\log(1+i_{1/6})} = -\frac{\log\left[1-(36000 \cdot 0{,}0066)/7000\right]}{\log(1+0{,}0066)} = 5{,}249 \ \textit{bimestri}$$

Quindi m = 6 versamenti (è necessario considerare una scadenza pari ad un numero intero)
Posto m=6 possiamo determinare il valore della rata R che soddisfa la relazione di equità :

$$R = \frac{S}{\dfrac{1-(1+i_{1/6})^{-m}}{i_{1/6}}} = \frac{36.000}{\dfrac{1-(1+0{,}0066)^{-6}}{0{,}0066}} = 6.138{,}47 \ \textit{Euro}$$

2. **il piano d'ammortamento per il rimborso del mutuo contratto per i primi 6 mesi.**

Piano di ammortamento a rata costante ($R_k = R$) :

k(bimestri)	R_k	C_k	I_k	D_k
0	0	0	0	**36.000** = S
1	**6.138,47** = R	$C_1=R\cdot v^6=$ **5.902,38** $= R'-I_1$	$I_1=R-C_1=$ **236,10** = $i_{1/6}\cdot D_0$	**30.097,62** = $D_0 - C_1$
2	**6.138,47** = R	$C_2=R\cdot v^5=$ **5.941,09** $= R'-I_2$	$I_2=R-C_2=$ **197,39** = $i_{1/6}\cdot D_1$	**24.156,54** = $D_1 - C_2$
3	**6.138,47** = R	$C_3=R\cdot v^4=$ **5.980,05** $= R'-I_3$	$I_3=R-C_3=$ **158,42** = $i_{1/6}\cdot D_2$	**18.176,49** = $D_2 - C_3$

ESERCIZIO 2

Un individuo vuole investire in un mercato dove sono presenti i seguenti titoli:

- **Titolo 1: TCF emesso alla pari con valore facciale pari a 1.800 Euro, tasso nominale annuo del 5%, cedola trimestrale, scadenza 1 anno;**
- **Titolo 2: TCF con valore facciale 2.200 Euro, tasso cedolare 2%, cedola annua, scadenza 2 anni e prezzo pari a 2.150 Euro.**

Determinare:

1. **in base al criterio del TIR, quale titolo l'individuo sceglierà per effettuare l'investimento (motivare la risposta);**

Determino il TIR dei due titoli.

TITOLO 1

Il Titolo 1, essendo emesso alla pari, avrà un T.I.R. pari al tasso cedolare:

$$TIR = \frac{\text{Tasso Nominale Annuo}}{\text{num.cedole pagate in un anno}} = \frac{0{,}05}{4} = 1{,}25\% \ \ su\, base\, trimestrale$$

$$TIR_{ann} = (1+0{,}0125)^4 - 1 = 5{,}09\%$$

TITOLO 2

P= 2.150 Euro
C= 2.200 Euro
$i_{ced} = 2\%$
*Cedola annua: I = 2.200 * 2% = 44 Euro*
L'operazione finanziaria che descrive il TCF è la seguente:

$$\{-2.150,\ 44,\ 2.200+44\}/\{0,\ 1,\ 2\}$$

Verifichiamo le condizioni di esistenza ed unicità del TIR:

- *esiste una sola variazione di segno*
- $P < f(1) \ \rightarrow 2.150 < (2.244+44)$

Devo risolvere la seguente equazione di secondo grado:

$P = I \cdot v + (I + C) \cdot v^2$ *ovvero, sostituendo i valori noti :* $2.244 \cdot v^2 + 44 \cdot v - 2.150 = 0.$

Attraverso la regola risolutiva delle equazioni di secondo grado si ricava :

$v = 0{,}969076374$ (la seconda soluzione v=-0,989 non è ammissibile!)

Da cui:

$$i^* = \frac{1}{v} - 1 = \frac{1}{0{,}969076374} - 1 = 3{,}2\% \text{ su base annua}$$

L'individuo sceglierà di investire nel titolo 1, in quanto garantisce un tasso di interesse annuo più elevato (TIR pari al 5,09%).

2. **le Duration del primo ordine dei due titoli in t=0 (utilizzando come tasso di interesse il TIR del titolo scelto al punto 1);**

$$\mathrm{D}(0,\mathrm{TCF}) = \frac{\sum_{k=1}^{m} \mathrm{t_k} \cdot x_\mathrm{k} \cdot (1+i)^{-\mathrm{t_k}}}{P}$$

$$D(0,TCF_1) = \frac{1 \cdot 22{,}5 \cdot (1+0{,}0125)^{-1} + 2 \cdot 22{,}5 \cdot (1+0{,}0125)^{-2} + 3 \cdot 22{,}5 \cdot (1+0{,}0125)^{-3} + 4 \cdot 1822{,}5 \cdot (1+0{,}0125)^{-4}}{1.800} = 3{,}93 \, trimestri$$

$$D(0,TCF_2) = \frac{1 \cdot 44 \cdot (1+0{,}0509)^{-1} + 2 \cdot 2.244 \cdot (1+0{,}0509)^{-2}}{44 \cdot (1+0{,}0509)^{-1} + 2.244 \cdot (1+0{,}0509)^{-2}} = 1{,}98 \; anni$$

3. **dopo 1 mese, la Variazione Percentuale del Prezzo del Portafoglio Z, formato da 2 quote del Titolo 1 e 1 quota del Titolo 2, a fronte della variazione del tasso annuo di interesse (TIR utilizzato al punto 2) pari a Δi = + 0,002. Commentare quindi cosa accade al prezzo del portafoglio.**

$$\frac{\Delta W(t,z)}{W(t,z)} = -\frac{1}{1+i} \cdot D(t,z) \cdot \Delta i$$

D(t,z)=D(0,z) - t

$$D(0,z) = \frac{\alpha P_{TCF1} \cdot D(0,TCF_1) + \beta \cdot P_{TCF2} \cdot D(0,TCF_2)}{\alpha P_{TCF1} + \beta \cdot P_{TCF2}} = \frac{2 \cdot 1.800 \cdot (3{,}93/4) + 1 \cdot 2.073{,}58 \cdot 1{,}98}{2 \cdot 1.800 + 1 \cdot 2.073{,}58} = 1{,}35 \, anni$$

$$D(1/12, z) = 1{,}35 - 1/12 = 1{,}26 \; anni$$

A fronte di una variazione del tasso annuo di interesse pari a Δi = + 0,002 osserviamo cosa accade al prezzo del portafoglio:

$$\frac{\Delta W(t,z)}{W(t,z)} = -\frac{1}{1+0{,}0509} \cdot 1{,}26 \cdot 0{,}002 = -0{,}0024$$

quindi il prezzo del portafoglio diminuisce dello 0,24%.