

**MATEMATICA FINANZIARIA 2**  
**PROVA SCRITTA DEL 10 FEBBRAIO 2009 - EA**

Cognome..... Nome ..... Matricola.....

**ESERCIZIO 1**

Si consideri la seguente struttura per scadenza dei tassi di interesse a termine, osservata su un mercato ideale al tempo  $t_0=0$ :

$$i(0;0,1)=2\% ; i(0;1,3)=3\% ; i(0;3,4)=3,5\% ; i(0;4,5)=4\% ; i(0;5,6)=3\%.$$

in cui i tassi sono espressi su base annua ed i tempi sono misurati in quadrimestri. Determinare:

1. la struttura per scadenza dei prezzi a termine e i corrispondenti prezzi dei TCNU a pronti;
2. la struttura per scadenza dei tassi d'interesse a pronti, esprimendoli in forma percentuale e su base annua.

Dato il titolo a pronti  $\underline{x}/t=\{-300\text{€}, 315\text{€}\}/\{0,2\}$ , dove i tempi sono espressi su base annua, si stabilisca se è possibile realizzare arbitraggi non rischiosi tramite la compravendita di 15 unità del titolo  $\underline{x}$  e di opportune quantità dei TCNU a pronti (determinati al punto 1), determinando, in caso affermativo, la relativa strategia ed il profitto di arbitraggio.

Qualora l'azienda Gamma intendesse immunizzare una passività di 85.000€ all'epoca  $t=1$  anno tramite l'acquisto al tempo  $t_0=0$  dei TCNU a pronti disponibili sul mercato ideale con scadenza 4 mesi e 2 anni, determinare quante quote dei due TCNU dovrebbe acquistare affinché il portafoglio attivo così composto sia immunizzato da shift additivi di ampiezza aleatoria finita.

**ESERCIZIO 2**

Il signor Rossi, che possiede un capitale certo  $C=20000$  Euro, intende valutare un investimento semestrale, potendo scegliere le seguenti operazioni finanziarie rischiose con guadagno aleatorio rispettivamente:

$$G_1 = \begin{cases} 800 & \text{con probabilità } 0,4 \\ 500 & \text{con probabilità } 0,3 \\ -200 & \text{con probabilità } 0,3 \end{cases} \quad G_2 = \begin{cases} 240 & \text{con probabilità } 1 \end{cases}$$

$$G_3 \sim U(250,800) \text{ [distribuzione uniforme]}$$

Avendo definite le posizioni finanziarie  $X_1=C+G_1$ ,  $X_2=C+G_2$  e  $X_3=C+G_3$ , che rappresentano la ricchezza futura del Sig. Rossi, determinare l'ordinamento delle preferenze :

1. in base al criterio della dominanza stocastica;
2. in base al criterio dell'utilità attesa, ipotizzando che il Sig. Rossi sia caratterizzato da una funzione di utilità  $u(x)=2\sqrt{x} + 3\log x$ . Determinare inoltre il grado di avversione al rischio del Sig. Rossi al livello  $C=20000$ .

**Domande teoriche**

1. Descrivere il problema dell'immunizzazione ed enunciare i principali teoremi ad essa relativi.
2. Definizione dell'equivalente certo e sua relazione con il valore atteso.